

Übung 2.0: Simulation einer Vorlesungssaal-Lüftung

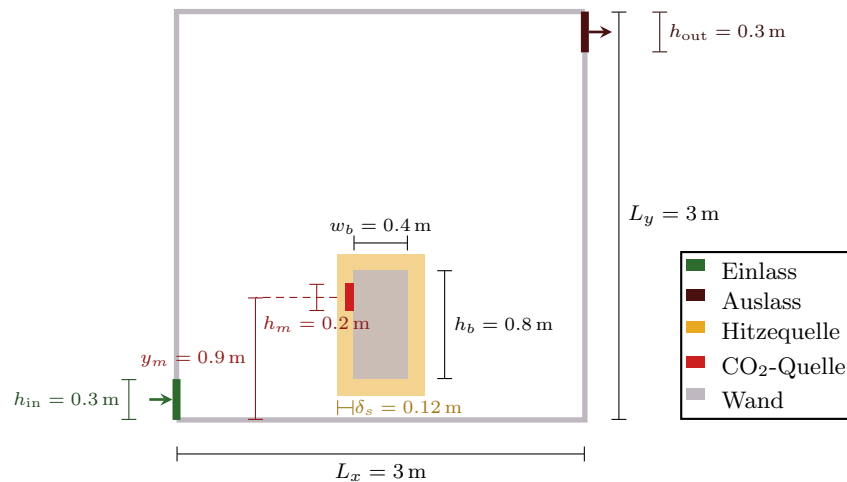


Abbildung 1: Eine kubische Person (grau) „sitzt“ in einem Vorlesungssaal und wird von unten links (grün) belüftet. Die Ausatmung von Kohlenstoffdioxid wird durch einen lokalen Quellterm (rot) und die Abwärme der Person durch eine Hitzeschale (gelb) approximiert.

Das Ziel dieser Übung ist die Simulation des Szenarios¹ aus Abbildung 1.

- a) Bestimmen Sie die nötigen dimensionslosen Größen mit Hilfe des Anhangs.

Die Stoffeigenschaften der Luft bei Raumtemperatur sind:

Kinematische Viskosität	ν	$1.56 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$
Wärmeleitfähigkeit	λ	$0.026 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$
Dichte	ρ_0	$1.184 \text{ kg}/\text{m}^3$
Spez. Wärmekapazität	c_p	$1005 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$
Diffusionskoeffizient CO ₂	D	$1.6 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$

Die totale Abwärme der Person beträgt $P = 15.3 \text{ W}$, die Flussrate am Einlass ist $\tilde{Q} = 0.09 \text{ m}^3/\text{s}$ und die Atemflussrate aus dem Mund beträgt $\dot{V}_m = 0.0075 \text{ m}^3/\text{s}$. Um volumetrische Angaben von drei auf zwei Dimensionen umzurechnen, nehmen Sie eine Saaltiefe von $L_z = 1 \text{ m}$ an. Die Luft am Einlass hat eine Temperatur

¹Die Simulation stellt eine zweidimensionale Vereinfachung des ersten Szenarios von Leuenberger et al. (2024) dar. Link: <https://doi.org/10.1017/flo.2024.11>.

von 22 °C und eine CO₂-Konzentration von 400 ppm. Die CO₂-Konzentration der ausgeatmeten Luft beträgt 4 %.

Verwenden Sie $L_\infty = L_x$ und $U_\infty = U_{in}$ als Referenzskalen und bestimmen Sie:

- (i) Die dimensionslose Einlassgeschwindigkeit U_{in}^* , Einlasstemperatur T_{in}^* , Einlass-CO₂-Konzentration Y_{in}^* und Saalseitenlänge L^* .
 - (ii) Die vier Kennzahlen Re , Pr , Sc und Fr .
 - (iii) Die dimensionslose Abwärme P^* , welche gleichmässig in der Hitzeschale appliziert wird.
 - (iv) Die dimensionslose CO₂-Atemflussrate S^* , welche gleichmässig im Mundbereich appliziert wird.
- b) Nutzen Sie das mitgelieferte Jupyter-Notebook, um das beschriebene Lüftungsszenario mit den in a) berechneten Grössen zu simulieren. Sie können den darin enthaltenen Beispielfall als Referenz verwenden.

Link zum Notebook: ...

Anhang – Gleichungen des Löser

Die dimensionslosen Erhaltungsgleichungen für CO₂-Konzentration, Geschwindigkeit und Temperatur lauten

$$\frac{\partial Y^*}{\partial t^*} + U_j^* \frac{\partial Y^*}{\partial x_j^*} = \frac{1}{Re Sc} \frac{\partial^2 Y^*}{\partial x_j^* \partial x_j^*} + S^*, \quad (1)$$

$$\frac{\partial U_i^*}{\partial t^*} + U_j^* \frac{\partial U_i^*}{\partial x_j^*} = -\frac{\partial p^*}{\partial x_i^*} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 U_i^*}{\partial x_j^* \partial x_j^*} + \frac{1}{Fr^2} \frac{\partial z^*}{\partial x_i^*} T^*, \quad (2)$$

$$\frac{\partial T^*}{\partial t^*} + U_j^* \frac{\partial T^*}{\partial x_j^*} = \frac{1}{Re Pr} \frac{\partial^2 T^*}{\partial x_j^* \partial x_j^*} + Q^*, \quad (3)$$

sowie die Druck-Poisson-Gleichung

$$\frac{\partial^2 p^*}{\partial x_i^* \partial x_i^*} = -\frac{\partial^2 U_i^* U_j^*}{\partial x_i^* \partial x_j^*} + \frac{1}{Fr^2} \frac{\partial z^*}{\partial x_i^*} \frac{\partial T^*}{\partial x_i^*}. \quad (4)$$

Die dimensionslosen Variablen und Kennzahlen sind in Tabelle 1 zusammengefasst.

Dimensionslose Variablen			
Zeit	$t^* = \frac{t U_\infty}{L_\infty}$	Temperatur	$T^* = \frac{T - T_0}{T_0}$
Ort	$x_i^* = \frac{x_i}{L_\infty}$	CO ₂ -Konz.	$Y^* = Y$
Geschwindigkeit	$U_i^* = \frac{U_i}{U_\infty}$	Wärmequelle	$Q^* = \frac{Q L_\infty}{\rho_0 U_\infty c_p T_0}$
Druck	$p^* = \frac{p + \rho_0 g z}{\rho_0 U_\infty^2}$	CO ₂ -Quelle	$S^* = \frac{S L_\infty}{U_\infty}$
Dimensionslose Kennzahlen			
Reynoldszahl	$Re = \frac{U_\infty L_\infty}{\nu}$	Prandtlzahl	$Pr = \frac{\mu c_p}{\lambda}$
Schmidtzahl	$Sc = \frac{\nu}{D}$	Froudezahl	$Fr = \frac{U_\infty}{\sqrt{g L_\infty}}$

Tabelle 1: Dimensionslose Variablen und Kennzahlen.

Für auftriebsbehaftete Strömungen wird die Boussinesq-Approximation verwendet. Quellterme für CO₂-Konzentration, Impuls und Energie S^* , f_i^* und Q^* können vorgegeben werden.